TDBB42
Logik för datavetare

Laboration 2

Resolution

Handledare:
Johanna Högberg
Maria Angeles Galan Garcia

Erik Waling
c03ewg@cs.umu.se

23 september 2004

1

Använd resolution för att bevisa $\Phi \models \varphi$, med hjälp av ett vederläggningsbevis, där

$$\begin{aligned} \Phi = \{ \quad & T \rightarrow P, \\ & U \rightarrow Q, \\ & R \lor \neg Q, \\ & R \lor S \lor U, \\ & \neg P \lor \neg R, \\ & S \rightarrow (R \lor U), \\ & R \rightarrow (P \lor S \lor T) \quad \} \end{aligned}$$

och

$$\varphi = \neg P \land S$$

Vi bildar mängden $\Phi' = \Phi \cup \neg\varphi$ och passar samtidigt på att skriva om alla formler till klausuler.

$$\begin{aligned} \Phi' = \{ \quad & \neg T \lor P, \\ & \neg U \lor Q, \\ & R \lor \neg Q, \\ & R \lor S \lor U, \\ & \neg P \lor \neg R, \\ & \neg S \lor R \lor U, \\ & \neg R \lor P \lor S \lor T, \\ & P \lor \neg S \quad \} \end{aligned}$$

Vi försöker nu att härleda $\bot$ genom att utföra resolutionssteg.

1.	$R \vee S \vee U$	(hypotes 4)
2.	$\neg S \vee R \vee U$	(hypotes 6)
3.	$R \vee U$	(resolution på 1 och 2 med S och $\neg S$)
4.	$\neg U \vee Q$	(hypotes 2)
5.	$R \vee \neg Q$	(hypotes 3)
6.	$R \vee \neg U$	(resolution på 4 och 5 med Q och $\neg Q$)
7.	R	(resolution på 3 och 6 med U och $\neg U$)
8.	$P \vee \neg S$	(hypotes 8)
9.	$\neg P \vee \neg R$	(hypotes 5)
10.	$\neg S \vee \neg R$	(resolution på 8 och 9 med P och $\neg P$)
11.	$\neg R \vee P \vee S \vee T$	(hypotes 7)
12.	$\neg R \vee P \vee T$	(resolution på 10 och 11 med S och $\neg S$)
13.	$\neg T \vee P$	(hypotes 1)
14.	$\neg R \vee P$	(resolution på 12 och 13 med T och $\neg T$)
15.	$\neg R$	(resolution på 9 och 14 med P och $\neg P$)
16.	$\perp$	(resolution på 7 och 15 med R och $\neg R$)

Detta bevisar att $\Phi \models \varphi$.

2

$\Phi \models \varphi$ i uppgift 1 kan inte bevisas med hjälp av inputvederläggning. Detta fås genom att använda nedanstående teorem:

Teorem 1. *En klausulmängd Φ' har en enhetsvederläggning om och endast om den har en inputvederläggning.*

Eftersom Φ (i uppgift 1) inte består av några enhetsklausuler kan inte en enhetsvederläggning existera. Enligt teoremet existerar då inte heller någon inputvederläggning.

3

$$\begin{aligned}\Phi = \{ \quad & \neg P \vee Q \vee R, \\ & \neg Q \vee S, \\ & Q \vee \neg S, \\ & P \vee \neg Q, \\ & \neg R, \\ & Q \vee R \quad \}\end{aligned}$$

Vi skapar nu $\Phi' = \Phi \cup \bigcup_{\varphi,\varphi} Res(\varphi, \varphi')$. Elementen i Φ refereras till efter den plats deras element har i mängden. Exempelvis 1 refererar till $\neg P \vee Q \vee R$ och 4 referar till $P \vee \neg Q$.

$$
\begin{aligned}
\text{Res(1,2)} &= \{\neg P \vee R \vee S\} \\
\text{Res(1,3)} &= \emptyset \\
\text{Res(1,4)} &= \{Q \vee \neg Q \vee R, P \vee \neg P \vee R\} \\
\text{Res(1,5)} &= \{\neg P \vee Q\} \\
\text{Res(1,6)} &= \emptyset \\
\text{Res(2,3)} &= \{\neg Q \vee Q, \neg S \vee S\} \\
\text{Res(2,4)} &= \emptyset \\
\text{Res(2,5)} &= \emptyset \\
\text{Res(2,6)} &= \{S \vee R\} \\
\text{Res(3,4)} &= \{\neg S \vee P\} \\
\text{Res(3,5)} &= \emptyset \\
\text{Res(3,6)} &= \emptyset \\
\text{Res(4,5)} &= \emptyset \\
\text{Res(4,6)} &= \{P \vee R\} \\
\text{Res(5,6)} &= \{Q\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Phi' = \{ \quad & \neg P \vee Q \vee R, \\
& \neg Q \vee S, \\
& Q \vee \neg S, \\
& P \vee \neg Q, \\
& \neg R, \\
& Q \vee R, \\
& \neg P \vee R \vee S, \\
& Q \vee \neg Q \vee R, \\
& P \vee \neg P \vee R, \\
& \neg P \vee Q, \\
& \neg Q \vee Q, \\
& \neg S \vee S, \\
& S \vee R, \\
& \neg S \vee P, \\
& P \vee R, \\
& Q \quad \}
\end{aligned}
$$

För att få base(Φ') tar vi bort alla superklausuler.

$$
\begin{aligned}
\text{base}(\Phi') = \{ \quad & \neg Q \vee S, \\
& P \vee \neg Q, \\
& \neg R, \\
& \neg S \vee S, \\
& S \vee R, \\
& \neg S \vee P, \\
& P \vee R, \\
& Q \ \ \}
\end{aligned}
$$